Шифр: М-М-Ф-11-18

№1

$$20^{50}\cdot 50^{20}=(20^{\frac{5}{2}}\cdot 50)^{20}=(\sqrt{20^5}\cdot 50)^{20}=$$
$$=(\sqrt{(2\cdot 10)^5}\cdot 50)^{20}=(\sqrt{32\cdot 10^5}\cdot 50)^{20}=$$
$$=(\sqrt{32\cdot 10}\cdot 50\cdot 10^2)^{20}=(\sqrt{32\cdot 10}\cdot 5\cdot 10\cdot 10^2)^{20}=$$
$$=(\sqrt{32\cdot 5\cdot 10}\cdot 10^3)^{20}=(\sqrt{8000}\cdot 10^3)^{20}=$$
$$=((\sqrt{8000})^2\cdot (10^3)^2)^{10}=(8000\cdot 10^6)^{10}=$$
$$=(8\cdot 10^9)^{10}$$

Для того, чтобы найти последнюю ненулевую цифру данного числа необходимо число 8 возвести в 10 степень:

$$8^{10}=(8^2)^5=(64)^5=(4096)^2\cdot 64.$$

А теперь остаётся перемножить лишь последние цифры полученных чисел:

$409\underline{6}\cdot 409\underline{6}\cdot 6\underline{4}=\ldots 6\cdot 6\cdot 4=\ldots 4$

Ответ: 4.

№3

Сравнить $m^2+\sqrt{m^2+m}$ и $n^2-\sqrt{n^2-n}$, если $m<n$.

Для того, чтобы сравнить эти числа, возьмём произвольные. Пусть $m=2$, а $n=3$. Тогда:

1) $m^2+\sqrt{m^2+m}=2^2+\sqrt{2^2+2}=4+\sqrt{6}$; $\sqrt{6}\approx 2$ (округляем в меньшую сторону). $\Rightarrow 4+\sqrt{6}=4+2=6$

2) $n^2-\sqrt{n^2-n}=9-\sqrt{9-3}=9-\sqrt{6}=9-2=7$

$7>6\Rightarrow$ число $n^2-\sqrt{n^2-n}>m^2\sqrt{m^2+m}$

Ответ: $m^2\sqrt{m^2+m}<n^2-\sqrt{n^2-n}$.

№2

Для начала разделим числа на две группы:

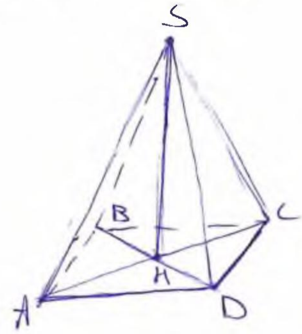
1-я – числа $\in[1\ldots 400]$ – сумма данных чисел между собой <800 (всего 400)

2-я – числа $\in[201\ldots 600]$ – сумма может превышать 800 (кол-во – 399)

Так как количество чисел первой и второй группы приблизительно равны (400 и 399 соответственно), а общее кол-во чисел $=600\Rightarrow$ утверждение что сумма каких-то двух чисел, стоящих через одного, будет больше 300, является верным. Что и требовалось доказать.

№4

1) Т.к. $SA = SB = SC = SD$ => точка S равноудалена от точек A, B, C и D. Это говорит о том, что ~~если~~ проекция точки S на плоскости ABCD (точка H) — это середина основания данной пирамиды. А если соединить точку S и точку H, то мы получим SH — высота пирамиды SABCD.



2) Т.к. $SA = SB = SC = SD$, а точка H — середина ABCD => $\angle SAH = \angle SBH = \angle SCH = \angle SDH$ => точка H и есть точка O, т.к удовлетворяет её условиям, ~~и~~ а значит SO — высота пирамиды.

Ответ: SO — высота пирамиды SABCD.