M-M-Л-10-34

Задание № 1

$x^2+ax+a=0$, обозначим корни уравнения за x_1 и x_2 - целые, возможно одинаковые числа (поскольку по условию a - целое)

По Th Виетта:

$$\begin{cases} x_1+x_2=-a \\ x_1 \cdot x_2 = a \end{cases}$$

Если x_1 и x_2 - целые числа, то (x_1+1) и (x_2+1) тоже целые числа

Из этого получаем, что $(x_1+1)(x_2+1)=(x_1+x_2)+x_1x_2+1=1$

Тогда из первого равенства получаем, что:

$x_1+1=x_2+1=1$ (поскольку произведение равно 1, если каждый множитель равен 1(-1)) и тогда $x_1=0$ и $x_2=0 \Rightarrow a=0$.

Из второго равенства получаем, что:

$x_1+1=x_2+1=-1$ и тогда $-x_1=x_2=-2 \Rightarrow a=4$

Ответ: $a=0$ или $a=4$.

Задание № 2:

Пусть A - шестизначное число $\vdots 19$

B - пятизначное число $\vdots 17$

C - четырехзначное число $\vdots 13$

Можем заметить, что 19, 17, 13 - простые числа $\Rightarrow$ искомое шестизначное число не простое.

Распишем закономерное умножение чисел ~~для~~ цифры от 1 до 9

Закономерность для 13:

$13 \Rightarrow 26 \Rightarrow 39 \Rightarrow 52 \Rightarrow 65 \Rightarrow 78 \Rightarrow 91 \Rightarrow 104 \Rightarrow 117$

Закономерность для 17:

$17 \Rightarrow 34 \Rightarrow 51 \Rightarrow 68 \Rightarrow 85 \Rightarrow 102 \Rightarrow 119 \Rightarrow 136 \Rightarrow 153$

Закономерность для 19:

$19 \Rightarrow 38 \Rightarrow 57 \Rightarrow 76 \Rightarrow 95 \Rightarrow 114 \Rightarrow 133 \Rightarrow 152 \Rightarrow 171$

Для начала найдем наибольшее C, которое $\vdots 13$

9997, но при дальнейшем делении и подстановке цифр оно не делилось на 19. А число $9984 : 13 = 768$, далее при делении в столбик на 17 необходимо было приписать $\underline{1} \Rightarrow$ $99841 : 17 = 5873$, далее при делении на 19 приписываем $2 \Rightarrow$

$998412 : 19 = 52548$.

Таким образом наибольшее шестизначное число $\vdots 19$ и с дальнейшими условиями задачи - это 998412

Ответ: 998412

Задание № 3 M-M-1-10-34

x, y, z, t $x > y^3; y > z^3, z > t^3, t > x^3$

$xyzt > 0$ - Доказать.

Предположим обратное, что $xyzt < 0$, чтобы произведение было меньше 0, необходимо, чтобы:

1) Один из множителей был отрицательный

2) Три множителя были отрицательными

Данные необходимые нам условия не подходят и противоречат условию задачи.

Так как нечетная степень сохраняет знак числу, то получаем, что если хоть один из множителей отрицательный, то и все остальны также отрицательные $\Rightarrow$

Или все x, y, z, t - отрицательные и тогда $xyzt > 0$

Или все x, y, z, t - положительные и тогда $xyzt > 0$.

ч.т.д.

Задание № 4

Запишем все четные числа из ряда от 1 до 13:

2, 4, 6, 8, 10, 12

И все нечетные числа из ряда от 1 до 13:

1, 3, 5, 7, 9, 11, 13

Получаем 6 четных и 7 нечетных чисел.

Чтобы сумма, входящих в набор, чисел была четная, необходимо, чтобы выполнялось условие.

1) В „хорошем наборе" все четные - $6! = 720$

2) В „хорошем наборе" четное кол-во нечетных чисел - $21 + 4! \cdot 7 + 6! \cdot 7 = 5229$

3) В „хорошем наборе" четное кол-во нечетных чисел + четные числа

$6! + 7! + 21 + 4! \cdot 7 = 5949$

(где 21 - пары, $4! \cdot 7$ - четверки; $7!$ - шестерки)

Общая сумма „хороших наборов" $= 720 + 5229 + 5949 =$
$= 11898$

Ответ: количество „хороших наборов" равно 11898.