М - М - Л - 9 - 26

№1 $x^2+2mx+n^2=0$ имеет корни, если $D \geq 0$

$D=b^2-4ac$, $D=4m^2-4n^2=4(m^2-n^2)$

$4(m^2-n^2) \geq 0$

$m^2-n^2 \geq 0$

$m \geq n$ (т.к. если $m \geq n$, то $m^2 \geq n^2$)

Рассмотрим значения $m$ и $n$, при которых корней нет ($n > m$)

При $n_{max}=100$, $m$ может принимать значения от 1 до 99.

Получаем 99 вариантов

При $n=99$, $m$ имеет 98 вариантов и т.д

Тогда количество трехчленов без корней равно:

$S_1 = 99+98+97+\ldots+2+1$

Теперь рассмотрим значения $m$ и $n$, при которых корни есть ($m \geq n$)

При $m_{max}=100$, $n$ может принимать значения от 1 до 100 (т.к. допускается их равенство)

При $m=99$, $n$ имеет 99 вариантов и т.д.

Таким образом, количество трехчленов с корнями равно:

$S_2 = 100+99+98+97+\ldots+2+1$

Сравним суммы $S_1$ и $S_2$ и увидим, что в $S_2$ есть дополнительное слагаемое равное 100. Таким образом, $S_2 = S_1 + 100$, трехчленов с корнями на 100 больше, чем трехчленов, не имеющих корни.

№2.

| | | |
|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 |
| 4 | 5 | 6 |
| 7 | 8 | 9 |

Пронумеруем клетки, как показано на рисунке. Так как сумма двух четных чисел четная, и сумма двух нечетных чисел четная, а простое число не может быть четным (кроме 2, однако в данной задаче минимальная сумма соседних чисел это 3), то два четных или 2 нечетных числа не могут стоять в соседних клетках. Возможны 2 варианта расстановки:

| | | |
|---|---|---|
| ч | н | ч |
| н | ч | н |
| ч | н | ч |

| | | |
|---|---|---|
| н | ч | н |
| ч | н | ч |
| н | ч | н |

№ 2 (продолжение)

Число 7 дает простое число в сумме с двумя числами:

$7 + 4 = 11$

$7 + 6 = 13$

Значит 7 должна стоять в углу квадрата (иначе она будет иметь три „соседа", и хотя бы одна сумма будет составной, и только в углу у 7 будет два „соседа")

Если 7 стоит в углу, то, как сказано ранее, в центре квадрата дожно стоять нечетное число

Центральное число имеет четыре „соседа", значит должно давать простое числ в сумме с четырьмя разными числами. Рассмотрим, какие простые числа можно получить с помощью нечетных чисел.

$1 + 2 = 3$
$1 + 4 = 5$
$1 + 6 = 7$

$3 + 2 = 5$
$3 + 4 = 7$
$3 + 8 = 11$

$5 + 2 = 7$
$5 + 6 = 11$
$5 + 8 = 13$

$7 + 4 = 13$
$7 + 6 = 11$

$9 + 2 = 11$
$9 + 4 = 13$
$9 + 8 = 17$

Возникает противоречие, так как ни одно нечетное число не дает в сумме с четырьмя другими простого числа

Ответ: нет, нельзя

№ 3 Петя был первым, Олег - последним, значит вторым был Ваня: П - В - О

1) Сначала Ваня обогнал Петю: В - П - О

2) Затем Олег обогнал Петю, а далее Ваню: О - В - П

3) Затем Ваня с Петей снова обогнали Олега: В - П - О

Посчитаем количество обменов местами в данный момент: Ваня - 3, Петя - 3, Олег - 4

4) Далее Олег и Петя могли просто обгонять друг друга 12 раз.

Тогда кол-во обменов местами: Петя - 15
Олег - 16

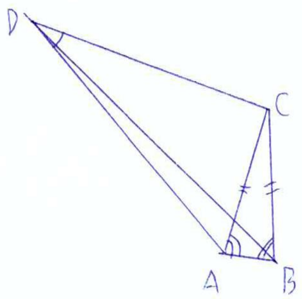
После 12 таких обгонов ситуация останется прежней, (В - П - О)

и Ваня финиширует раньше Пети.

Ответ: Ваня, Петя, Олег

M - M - 1 - 9 - 26

№5.




Дано: $AC = BC$, $\angle ADC = 60^\circ$, $AD > CD$

Доказать: $AD + AC > BD$

Доказательство:

Треугольник $ABC$ - равнобедренный ($AC = BC$) $\Rightarrow \angle CAB = \angle CBA$

№4 Запишем данное условие в алгебраическом виде:

$\overline{abcdef} \vdots 19$

$\overline{abcde} \vdots 17$

Согласно признаку делимости, первое выражение можно записать как

$(\overline{abcde} + 2f) \vdots 19$